## Exercici 1

**Resol l'expressió següent:**

$$\frac{x}{2} = \frac{1}{4 - x}$$

[Solució exercici 1]

## Exercici 2

**Calcula els valors de $x$ i de $i$ que permeten resoldre el sistema:**

$$\begin{cases} 3 \cdot x - 2 \cdot y = 5 \\ y + 2 \cdot x^2 = 1 \end{cases}$$

[Solució exercici 2]

## Exercici 3

**La suma de dos nombres enters és igual a 10 i el producte d'un d'ells pel quadrat de l'altre és igual a 63. Conegudes estes dades, calcula el valor que correspon a eixos dos nombres.**

[Solució exercici 3]

## Exercici 4

**Calcula a, b i c en l'expressió:**

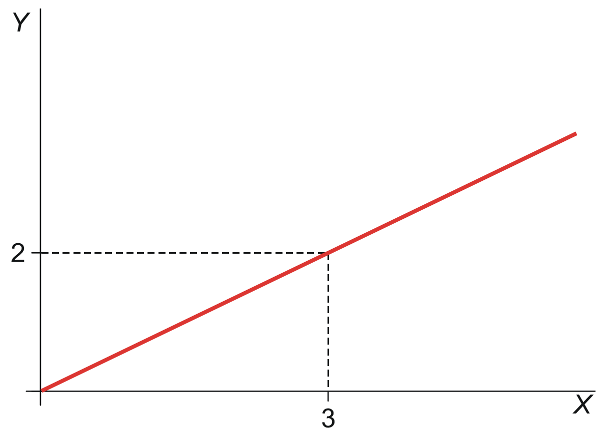
$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

**perquè les seues solucions siguen –3 i +5.**

[Solució exercici 4]

## Exercici 5

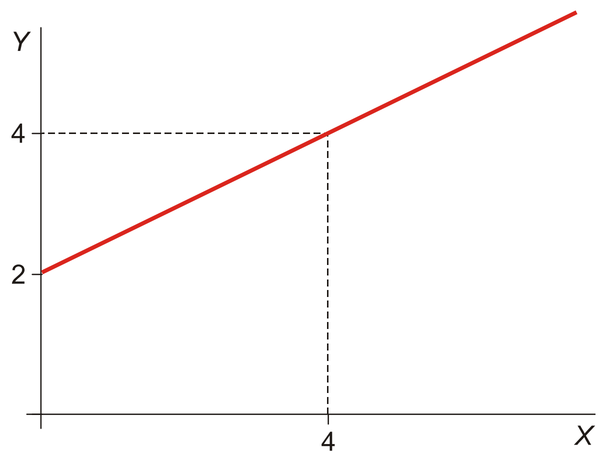
**Escriu l'equació de la recta la gràfica de la qual es representa en la figura.**




[Solució exercici 5]

## Exercici 6

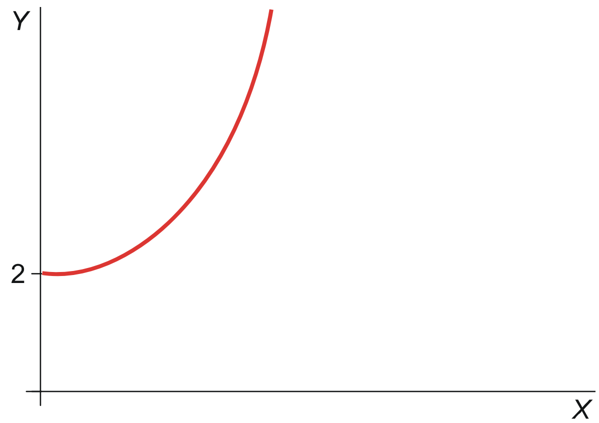
**La gràfica que s'acompanya correspon a la funció y = a · x + b. Tenint en compte les dades que dita gràfica proporciona, calcula els valors de a i b.**




[Solució exercici 6]

## Exercici 7

**La gràfica que s'acompanya es correspon amb la funció:**

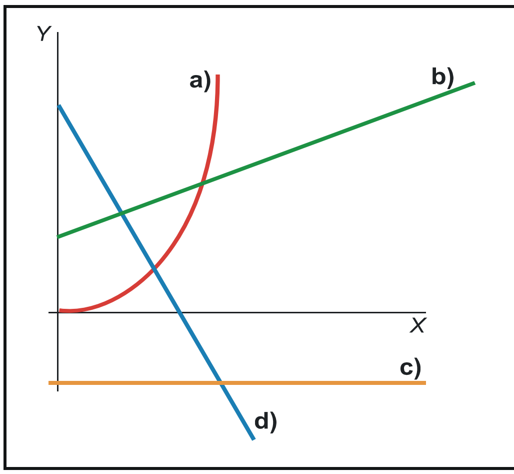



**a)** $y = 3 \cdot x + 2$
**b)** $y = 2 \cdot x$
**c)** $y = 3 \cdot x^2 + 2$
**d)** $y = 2 \cdot x^2$

[Solució exercici 7]

## Exercici 8

**Escriu en la taula l'equació general que correspon a cada una de les quatre funcions representades en la gràfica.**

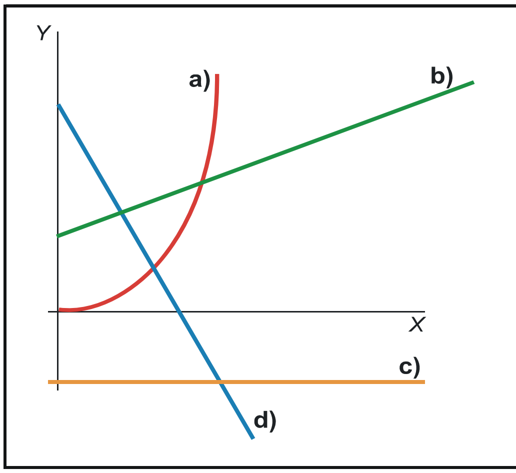



| | |
|---|---|
| a) | |
| b) | |
| c) | |
| d) | |

[Solució exercici 8]

## Exercici 9

**Relaciona cada una de les quatre funcions que s'indiquen en la taula amb la seua corresponent gràfica:**




| |
|---|
| a) |
| b) |
| c) |
| d) |

| | |
|---|---|
| | $y = a \cdot x + b$ |
| | $y = -a \cdot x + b$ |
| | $y = b$ |
| | $y = a \cdot x^2$ |

[Solució exercici 9]

## Exercici 10

**Calcula el valor que correspon a x en l'expressió:**

$$\frac{4}{x^2} = \frac{1}{1 - x}$$

[Solució exercici 10]

## Exercici 11

**Donada la funció:**

$$f(x) = \tan x$$

**calcula el seu corresponent derivada.**

[Solució exercici 11]

## Exercici 12

**Donada la funció:**

$$f(x) = e^{x} \cdot cos\ x$$

**calcula el seu corresponent derivada.**

[Solució exercici 12]

## Exercici 13

**Donada la funció:**

$$f(x) = e^{-x} \cdot tan\ x$$

**calcula la seua corresponent derivada.**

[Solució exercici 13]

## Exercici 14

**Donada la funció:**

$$f(x) = \frac{e^{x} + e^{-x}}{x}$$

**calcula el seu corresponent derivada.**

[Solució exercici 14]

## Exercici 15

**Donada la funció:**

$$f(x) = x \cdot \sqrt{x^{2} - 1}$$

**calcula el seu corresponent derivada.**

[Solució exercici 15]

## Solució exercici 1

$$x \cdot (4 - x) = 2 \rightarrow 4 \cdot x - x^2 = 2 \rightarrow x^2 - 4 \cdot x + 2 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8}}{2} = \frac{4 \pm 2 \cdot \sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

**Passar a exercici 2**

## Solució exercici 2

$$y = 1 - 2 \cdot x^2$$

$$3 \cdot x - 2 \cdot (1 - 2 \cdot x^2) = 5 \rightarrow 3 \cdot x - 2 + 4 \cdot x^2 = 5$$

$$4 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 7 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 4 \cdot 7}}{8} = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{8} = \frac{-3 \pm 11}{8} = \left\langle \begin{array}{l} 1 \\ -\frac{7}{4} \end{array} \right.$$

Per a calcular el valor de y, substituïm x en la segona equació i aïllem:

$$x = 1 \rightarrow y = 1 - 2 \cdot x^2 = 1 - 2 \cdot 1^2 = -1$$

$$x = -\frac{7}{4} \rightarrow y = 1 - 2 \cdot x^2 = 1 - 2 \cdot \left(-\frac{7}{4}\right)^2 = 1 - 2 \cdot \frac{49}{16} = -\frac{41}{8}$$

**Passar a exercici 3**

## Solució exercici 3

Establim un sistema de dos equacions amb dos incògnites (els dos nombres que ens demanen):

$$\begin{cases} x + y = 10 \rightarrow x = 10 - y \\ x \cdot y^2 = 63 \end{cases}$$

Aïllem x de la primera equació i substituïm en la segona:

$$(10-y)\cdot y^2=63\rightarrow 10\cdot y^2-y^3=63\rightarrow y^3-10\cdot y^2+63=0$$

Esta equació, de grau tres, té tres arrels reals. Podem trobar una d'elles aplicant el mètode de Ruffini, la qual cosa dóna com resultat:

$$y=3\rightarrow x=10-y=10-3=7\rightarrow\begin{cases}x=7\\ y=3\end{cases}$$

Els altres dos valors de y els podem calcular resolent l'equació de segon grau que queda després d'aplicar el mètode de Ruffini, però les solucions són reals, no enteres, com ens demana l'enunciat del problema.

Passar a exercici 4

## Solució exercici 4

Com –3 i +5 són arrels de l'expressió que ens demanen, podem escriure-la d'esta manera:

$$a\cdot(x+3)\cdot(x-5)=0$$

D'on, fent a = 1, resulta:

$$x^2-5\cdot x+3\cdot x-15=0\rightarrow x^2-2\cdot x-15=0$$

El resultat és, per tant, a = 1, b = –2 i c = –15.

Passar a exercici 5

## Solució exercici 5

Com la gràfica és una recta, ha de tindre una equació del tipus y = a · x + b. A més, passa pel punt (0,0), per la qual cosa el terme b ha de ser, necessàriament, 0. Finalment, si es complix x = 3, y = 2, l'equació de la recta ha de ser:

$$y=\frac{2}{3}\cdot x$$

Passar a exercici 6

## Solució exercici 6

En este cas, quan x = 0,y = 2. En conseqüència, el terme b ha de ser igual a 2. Per a esbrinar a tenim en compte que, quan x = 4, y = 4. Per tant, l'equació que ens demanen és:

$$y = \frac{1}{2} \cdot x + 2$$

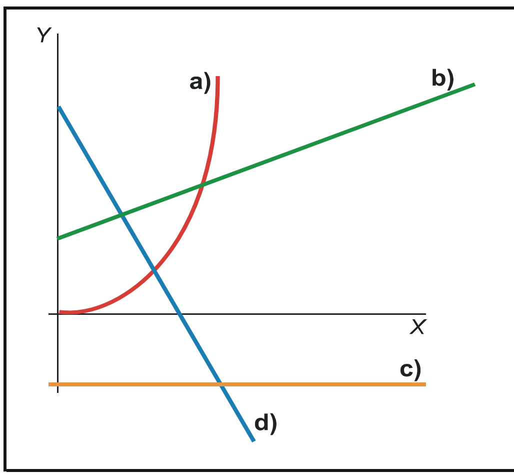
[Passar a exercici 7]

## Solució exercici 7

Es tracta d'una paràbola. Per tant, no pot ser cap de les dos primeres equacions, que són rectes. De les dos següents, que són paràboles, l'última no pot ser, ja que en la gràfica veiem que si x = 0, y = 2, la qual cosa no es complix en ella. La resposta correcta és, per tant, la c).

[Passar a exercici 8]

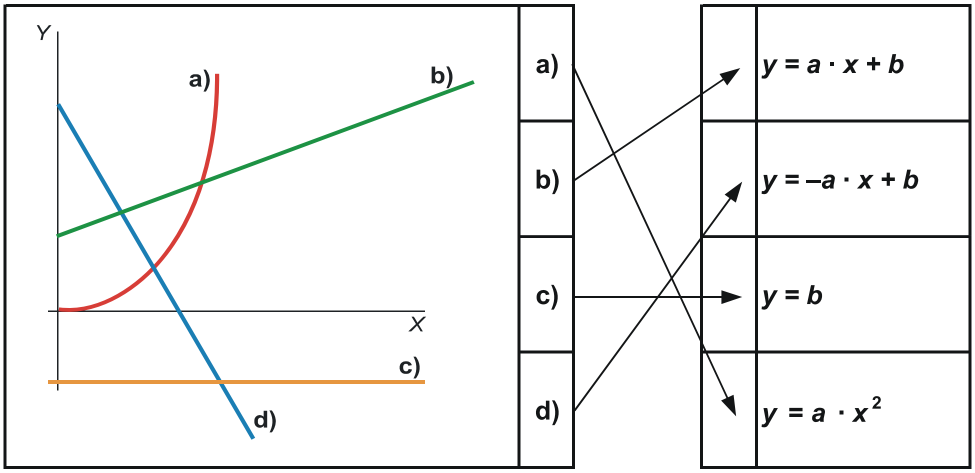
## Solució exercici 8




| | |
|---|---|
| a) | $y = a \cdot x^2$ |
| b) | $y = a \cdot x + b$ |
| c) | $y = b$ |
| d) | $y = -a \cdot x + b$ |

[Passar a exercici 9]

## Solució exercici 9




Passar a exercici 10

## Solució exercici 10

$$4 \cdot (1 - x) = x^2 \rightarrow 4 - 4 \cdot x = x^2$$

$$x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2} = \frac{-4 \pm 4 \cdot \sqrt{2}}{2} = 2 \cdot (1 \pm \sqrt{2})$$

Passar a exercici 11

## Solució exercici 11

En el cas que ens ocupa, podem expressar la tangent en funció del sinus i del cosinus:

$$f(x) = tan\,x = \frac{sen\,x}{cos\,x}$$

Aplicant a esta expressió la derivada d'un quocient, resulta:

$$f'(x) = \frac{cos^2 x + sen^2\,x}{cos^2 x} = \frac{1}{cos^2 x} = \frac{sen^2\,x + cos^2 x}{cos^2 x} = \frac{cos^2 x}{cos^2 x} + \frac{sen^2\,x}{cos^2 x} = 1 + tan^2\,x$$

Per a simplificar l'expressió hem tingut en compte que:

$$sen^2 x + cos^2 x = 1$$

Passar a exercici 12

## Solució exercici 12

Es tracta d'una funció que és el producte d'una funció exponencial i una funció cosinus.

Per a derivar hem de tindre en compte l'expressió que proporciona la derivada del producte, la del cosinus i la de l'exponencial. Amb tot això, resulta:

$$f'(x) = e^x \cdot \cos x - e^x \cdot sen\, x = e^x \cdot (\cos x - sen\, x)$$

Passar a exercici 13

## Solució exercici 13

Es tracta d'una funció que és el producte d'una funció exponencial i una funció tangent.

Per a derivar hem de tindre en compte l'expressió que proporciona la derivada del producte, la de la tangent i la de l'exponencial. Amb tot això, resulta:

$$f'(x) = -e^{-x} \cdot tan\, x + e^{-x} \cdot (1 + tan^2 x)$$
$$f'(x) = e^{-x} (tan^2 x - tan\, x + 1)$$

Passar a exercici 14

## Solució exercici 14

Es tracta d'un quocient en què el numerador és una suma d'exponencials i el denominador una funció potencial.

La derivada de la funció quocient és:

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - g' \cdot f}{g^2}$$

Si tenim en compte també la derivada de la funció exponencial i la de la funció potencial, al derivar, resulta:

$$f'(x) = \frac{(e^x - e^{-x}) \cdot x - (e^x + e^{-x})}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{x \cdot e^{x} - x \cdot e^{-x} - e^{x} - e^{-x}}{x^{2}} = \frac{(x-1) \cdot e^{x} - (x+1) \cdot e^{-x}}{x^{2}}$$

[Passar a exercici 15]

## Solució exercici 15

Es tracta d'un producte i cal derivar-lo com a tal. Al derivar com a producte, el segon factor és una funció composta. Al derivar i simplificar el resultat, queda:

$$f(x) = x \cdot \sqrt{x^{2} - 1}$$

$$f'(x) = \sqrt{x^{2} - 1} + \frac{2x}{2\sqrt{x^{2} - 1}} \cdot x = \sqrt{x^{2} - 1} + \frac{x^{2}}{\sqrt{x^{2} - 1}} = \frac{(x^{2} - 1) + x^{2}}{\sqrt{x^{2} - 1}} = \frac{2x^{2} - 1}{\sqrt{x^{2} - 1}}$$